

СИЛАБУС
навчальної дисципліни
«ОРТОГОНАЛЬНІ МНОГОЧЛЕНИ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ»

рівень вищої освіти	перший (бакалаврський) рівень
галузь знань	01 Освіта/Педагогіка
спеціальність (предметна спеціальність)	014.04 Середня освіта (Математика)
освітня програма	Математика та інформатика
вид дисципліни	вибіркова
факультет	факультет математики і інформатики

Розробник програми: Сергій ЗАГОРОДНЮК, канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент зво каф. вищ. матем. та інф., zagorodnyuk@karazin.ua

Пререквізити: Математичний аналіз, Лінійна алгебра, Диференціальні рівняння

1. Опис навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни є розвиток у майбутніх вчителів професійних якостей і вмінь розв'язування математичних задач, вдосконалення умінь і навичок математичної діяльності, формування загальної та професійної культури майбутнього вчителя, здобуття навичок саморозвитку та самовдосконалення у подальшій фаховій діяльності.

1.2. Основними завданнями вивчення дисципліни є ознайомлення здобувачів із ідеями та методами теорії ортогональних многочленів;

ознайомлення майбутніх учителів з застосуваннями ортогональних многочленів у математичній фізиці, теорії наближення функцій, теорії яacobієвих матриць, у проблемах моментів та інших розділах математики та фізики;

навчити студентів розв'язувати базові задачі по роботі з ортогональними многочленами.

1.3. Кількість кредитів: 5.

1.4. Загальна кількість годин: 150 год.

2. Тематичний план навчальної дисципліни

Розділ 1. Основні властивості ортогональних многочленів на дійсній осі (50 год.).

Тема 1. Означення системи ортогональних многочленів на дійсній осі та їх алгебраїчні властивості (25 год.).

Ортогональні многочлени. Вагова функція. Приклади. Існування та єдність системи ортонормованих многочленів з позитивним ведучим коефіцієнтом. Рекурентне співвідношення. Формула Кристоффеля-Дарбу. Представлення ортогональних многочленів через моменти вагової функції. Властивості нулів. Квазіортогональні многочлени та многочлени другого роду.

Тема 2. Диференціальні властивості класичних систем многочленів (25 год.).
Диференціальне рівняння Пірсона. Диференціальні рівняння для класичних систем ортогональних многочленів. Вираз класичних систем многочленів через вагову функцію: узагальнена формула Родріга..

Розділ 2. Застосування ортогональних многочленів до наближення функцій та у теорії яacobієвих матриць (50 год.).

Тема 3. Ряди за ортогональними многочленами (25 год.).

Часткові суми ряду за ортогональними многочленами. Поліноміальне ядро. Збіжність ряду у середньому. Збіжність ряду у кожній точці.

Тема 4. Яacobієві матриці та їх властивості (25 год.).

Матриці Яacobі. Теорема Хелінгера про координати. Тип матриці Яacobі. Квадратурна формула.

Розділ 3. Ортогональні многочлени та відповідні проблеми моментів (50 год.).

Тема 5. Проблема моментів Гамбургера (25 год.).

Проблема моментів Гамбургера. Критерій розв'язності. Визначена та невизначена проблеми моментів. Граничний круг та його властивості. Теорема Рисса про щільність многочленів. Матриця Неванлінни. Формула Неванлінни.

Тема 6. Різні узагальнення проблеми моментів Гамбургера (25 год.).

Проблема моментів Стильтьєса. Критерій розв'язності. Проблема моментів Хаусдорфа. Багатовимірні проблеми моментів.

3. Методи навчання

Різні групи методів: 1) методи організації та здійснення навчально-пізнавальної діяльності (розповідь-пояснення, бесіда, лекція, ілюстрація, демонстрація, вправи, індукція, дедукція), 2) методи стимулювання й мотивації навчально-пізнавальної діяльності (використання дидактичних ігор, тренінгів, аутотренінгів, проходження психологічних тестів, перегляд відеороликів), 3) методи контролю/самоконтролю, корекції/самокорекції за ефективністю навчально-пізнавальної діяльності (виконання самостійних завдань, участь у пізнавальних іграх, виконання групових завдань), 4) інтегровані методи (комплексне поєднання кількох методів).

4. Методи контролю

Відповіді та виступи студентів на заняттях, перевірка домашнього завдання, поточний контроль на лекціях і практичних заняттях, звіти з самостійної роботи, семестровий залік (письмова робота).

5. Схема нарахування балів

Поточний контроль, самостійна робота, індивідуальні завдання						Контрольна робота, передбачена навчальним планом	Індивідуальне завдання	Разом	Залік	Сума
Розділ 1	Розділ 2		Розділ 3							
T1	T2	T3	T4	T5	T6			60	40	100
4	4	4	4	4	4	36				

T1, T2, ..., T6 – теми розділів

Мінімальна сума балів за поточний контроль складає 10 балів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка за національною шкалою
	Для дворівневої шкали оцінювання
90-100	зараховано
70-89	
50-69	
1-49	не зараховано

6. Рекомендована література

Основна література

1. Szegő, Gábor. Orthogonal polynomials. Fourth edition. American Mathematical Society Colloquium Publications, Vol. XXIII. American Mathematical Society, Providence, RI, 1975. xiii+432 pp.
2. Ismail, Mourad E. H. Classical and quantum orthogonal polynomials in one variable. With two chapters by Walter Van Assche. With a foreword by Richard A. Askey. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 98. Cambridge University Press, Cambridge, 2005. xviii+706 pp.
3. Chihara, T. S. An introduction to orthogonal polynomials. Mathematics and its Applications, Vol. 13.

Допоміжна література

1. S. Zagorodnyuk, Pencils of Semi-Infinite Matrices and Orthogonal Polynomials // Chapter in "Matrix Theory - Classics and Advances", (<http://dx.doi.org/10.5772/intechopen.97927>), Edited by Mykhaylo Andriychuk, First published in London, United Kingdom, 2023, by IntechOpen.

2. Zagorodnyuk S.M. Orthogonal polynomials on rays: properties of zeros, related moment problems and symmetries//Zh.Mat.Fiz.Analiz.Geom.-4.-N3, (2008), 395-419.

Посилання на інформаційні ресурси в Інтернеті, відео-лекції, інше методичне забезпечення

1. Encyclopedia of Mathematics. URL:
https://encyclopediaofmath.org/wiki/Orthogonal_polynomials (дата звернення: 16.04.2025).
2. Osvita.ua. URL: <http://osvita.ua/> (дата звернення: 16.04.2025).